

令和5年度 自由研究作品カード

2年



研究分野 (教科)	数学
研究テーマ	これであなたもゲーム名人?!
研究テーマ設定の理由	「確実に勝つことができる方法」を数学を通して学んでみたいと思ったから。
研究成果解説	今回は「数取りゲーム」を対象に「確実に勝つことができる方法」を研究しました。研究をしてみると意外にもコツをつかめば「簡単に勝つことができること」を知りました。「絶対に勝つことはできるのか」と初めは感じましたが、研究後は「他のゲームも調べたい」と感じました。この「数取りゲーム」を対象に「数学は理解すれば」中学校、小学校の内容も活用している92歳まで研究することもできます。

これであなたもゲーム名人?!

秋田大学教育文化学部附属中学校 2年

<研究の目的>

誰もが1度は数取りゲームや○×ゲームなどをしたことがあると思います。また、その際「どうすれば確実に勝つことができるのだろうか」という疑問を持ったことがある人も少なくないと思います。これらについて、私はこの研究を通して「確実に勝つことができる方法」を教えたいと思います。

<研究の方法>

「数取りゲーム」を研究の対象として、ゲームのルールを確認し、どうすれば勝てるのか実際にインターネットや本などをもとに考えていきたいと思っています。

<ルール確認>

「数取りゲーム」とは
→最初に自然数を決め、カウントできる数を指定し、最後に最初に決めた自然数を言った方が負けというゲーム。

例えば、「30という数でいえるのは3まで」という条件だと。。

- Aさん「1」
- Bさん「2, 3, 4」
- Aさん「5, 6」
- Bさん「7, 8」
- Aさん「9」
- Bさん「10, 11, 12」
- Aさん「13, 14」
- Bさん「15」
- Aさん「16, 17, 18」
- Bさん「19, 20」
- Aさん「21, 22, 23」
- Bさん「24」
- Aさん「25, 26, 27」
- Bさん「28」

(1)

- Aさん「29」
- Bさん「30」

これは「30を言ったら負け」「1度に言える数は3つまで」で考えると、

- ①「相手が30を言えばいい」＝「自分が29を言えばいい」
- ②「相手が26, 27, 28のいずれかを言えばいい」＝「自分が25を言えばいい」
- ③「相手が22, 23, 24のいずれかを言えばいい」＝「自分が21を言えばいい」
- ④「相手が18, 19, 20のいずれかを言えばいい」＝「自分が17を言えばいい」
- ⑤「相手が14, 15, 16のいずれかを言えばいい」＝「自分が13を言えばいい」
- ⑥「相手が10, 11, 12のいずれかを言えばいい」＝「自分が9を言えばいい」
- ⑦「相手が6, 7, 8のいずれかを言えばいい」＝「自分が5を言えばいい」
- ⑧「相手が2, 3, 4のいずれかを言えばいい」＝「自分が1を言えばいい」

★気づいたこと・仮説

※コール＝ゲーム内で数をカウントする時

・自分がカウントすればいい数が1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29のように4ずつ増えている。(この4はカウントできる数+1の4である)
→29は4で割ると1余る数であり、5や9も4で割ると1余る数であるということから。

・1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29の1は「 $(30-1) \div (3+1) = 7 \dots 1$ 」より余りの1であり、他の5, 9, 13, 17, 21, 25, 29は「余りの1+(カウントできる数+1)」であるのではないか。

⇒ (決めた自然数-1) + (カウントできる数+1) = $\bigcirc \dots \Delta$ での Δ の部分や Δ の部分+(本来のカウントできる数-1)。その後は「本来のカウントできる数+1」ずつ増した数をコールすれば勝てるのでは?

◎検証

・決める自然数: 20 カウントできる: 2

$$(20-1) \div (2+1) = 6 \dots 1$$

コールすればいい数: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19

- Aさん「1」
- Bさん「2, 3」
- Aさん「4」
- Bさん「5, 6」
- Aさん「7」

(2)

令和5年度 自由研究作品カード

2年

研究分野 (教科)	数学
研究テーマ	フラッツ予想
研究テーマ設定の理由	手に入れたしものがあるから
研究成果解説	120000000 の問題の難しさを味わいました。やはり、そう簡単には手に入ることができませんでしたが、しかし、とても楽しかったです。できませんでした。とてもかもしろからです。来年は解決できるうちに存りたいと思ったのですが、やはりせん、難しかったです。以上です。

フラッツ予想は循環するか

ここでいう循環とは、 n から始まった数がもう一度 n に戻ってくることを言う。今のところ分かっている循環する数は、1 のみである(1-4-2-1 となるため)。この件について検証してみたことをまとめる。

仮にループすると仮定したとき、元の数 n は $2n$ になる場合、 $3m+1=n$ となる場合の2通りが考えられる。 n が奇数で $2n$ となる場合、 n を3倍+1をすると $3n+1$ になるが、この式の定数項 (文字を含まない項) を取り除く必要がある。

文字を含む項は $(3n+1)$ をどれだけ繰り返しても3の累乗になるだけで、定数項は払えない。また、 $3m+1=n$ となる場合、 n は偶数、 m は奇数であることになる。偶数は2で割る(すなわち、2の累乗の数で割る)ことになる(n は2の累乗の数になる必要がある)。この2の累乗で割る数と $3n+1$ が交わるのは $m=1$ の時だけとなる ($m=3,5,7,\dots$ の時のいずれも、累乗の数とはならない)。つまり、 $n=1$ の時を除いて、循環する数はないと考えられる。

色	奇数操作の回数
オレンジ	1回
水色	2回
薄いみどり	3回
濃い緑	3回

上の図・表のように色分けすることができる。

オレンジの数は4個おきに並んでいるため、これを式に表すと $(4n+1)$ 、

水色の数は16個おきに並んでいるため、これを式に表すと $(16n-13)$ 、

薄い緑は32個おきに並んでいるため、これを式に表すと $(32n+21)$ 、

濃い緑はこれも32個おきに並んでいるが、数式が違うため、これを式に表すと $(32n+9)$ 。

色	式	奇数操作の回数
オレンジ	$4n+1$	1回
水色	$16n-13$	2回
薄いみどり	$32n-21$	3回
濃い緑	$32n-9$	3回

すなわち、上のような式で表すことができる。

それぞれの場合、その回数で小さくなるか確かめると(色付きは奇数操作)

オレンジ、 $\dots, (4n+1) \times 3 + 1, 12n+4, \dots, 6n+2, \dots, 3n+1$

水色、 $\dots, (16n-13) \times 3 + 1, \dots, 48n-38, \dots, 24n-19, \dots, 72n-56, \dots, 36n-28, \dots, 18n-14, \dots, 9n-7$

薄いみどり、 $\dots, (32n-21) \times 3 + 1, \dots, 96n-62, \dots, 48n-31, \dots, 144n-92, \dots, 72n-46, \dots, 36n-23, \dots, 108n-68, 54n-34, \dots, 27n-17$

濃い緑、 $\dots, (32n-9), \dots, 96n-26, \dots, 48n-13, \dots, 144n-38, \dots, 72n-19, \dots, 216n-56, \dots, 108n-28, \dots, 54n-14, \dots, 27n-7$

先ほど挙げた表の太字の部分からわかるとおり、 n の係数は2の累乗になっている。

フラッツ予想は循環しないこと

を $(n^2=4, n^4=16, n^8=32)$ 。したがって、ある数が何回の奇数操作で小さくなるかを調べられる。

は (2^k-m) という式で表すことができるのではないかと考える。また、100までの

令和5年度 自由研究作品カード

2年

研究分野 (教科)	数学
研究テーマ	点字について
研究テーマ設定の理由	社会の暮らしや可、生きやすの基に「よっている」。「ユニバーバルデザイン」について興味をもったため。
研究成果解説	点字の音に関しては、母音と子音でそれぞれ規則性があり、組み合わせることによって50音を表している。また、数字は、逆向きのL字(「」)+4点で表されていて、音と区別されている。このように、点字には規則性があるため、点字を利用する人は使いやすくなっている。

研究 No.3

わかること

① ④ 母音 (あ行～ま行, ら行) は ① ② ④ で表される。

② ⑤	a	i	u	e	o
③ ⑥	● ○	● ○	● ●	● ●	○ ●
	○ ○	● ○	○ ○	● ○	● ○
	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○

- ① 突起がある or ないの2通り
- ② 突起がある or ないの2通り
- ④ 突起がある or ないの2通り

よって、 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ 通り。
ただし、すべての突起がない1通りを除くから、7通り。
つまり、母音はすべて異なる点字で表すことができる。

③ ⑥ 子音 (あ行～ま行, ら行) は ③ ⑤ ⑥ で表される。

② ⑤	x	k	s	t	n	h	m	r
③ ⑥	(あ行)	(か行)	(さ行)	(た行)	(な行)	(は行)	(ま行)	(ら行)
	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
	○ ○	○ ○	○ ●	○ ●	○ ○	○ ○	○ ●	○ ●
	○ ○	○ ●	○ ●	○ ●	○ ○	○ ●	○ ●	○ ○

- ③ 突起がある or ない2通り
- ⑤ 突起がある or ない2通り
- ⑥ 突起がある or ない2通り

よって、 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ 通り。
ただし、すべての突起がない1通りを除くから、7通り。
つまり、子音は(あ行を除く)すべて異なる点字で表すことができる。

考察、結論

点字の音に関しては、母音と子音でそれぞれ規則性があり、組み合わせることによって50音を表している。

50音を表すには、5つの点 ($2^5 - 1 = 31$ 通り) だと足りないし、7つの点 ($2^7 - 1 = 127$ 通り) だと多すぎるため、6つの点がいれば適しているから、点字には6点が使われている。

数字を表す目印は、逆向きのL字(「」)であったが、50音の50音の規則性を見つけれなかった。 (上部4つの点が使われる)

数字を表すには、50音の母音や子音のよって3つの点 ($2^3 - 1 = 7$ 通り) だと足りないし、5つの点 ($2^5 - 1 = 31$ 通り) だと多すぎるため、4つの点がいれば適しているから、上部4つの点が使われている。

この研究を通して、目に障がいを抱えている人の生活の一部に「触れること」で、クロスモーダル現象(視覚と触覚、聴覚と嗅覚、味覚と嗅覚など、人間の感覚に五感が相互に作用し合う現象のこと)によって、感じ方の違い、多様性が生じる世界で、五感のうち何か一つでも欠けるといのは、とても大変だということに改めて実感した。

より暮らしやすい社会を実現するために、誰かひとりの働きだけではなく、一人ひとりがお互いが助け合おうとする心がけが必要だと思った。

参考文献 Spaceship Earth

令和5年度 自由研究作品カード

2年

研究分野 (教科)	数学
研究テーマ	正多面体の謎を解明する
研究テーマ設定の理由	授業で立体図形をやったとき、疑問をもった点がいっぱいあったから。
研究成果解説	「なぜ正多面体は5種類しかないのか」「なぜオイラーの多面体定理は正立するのかわからない」という2つの疑問をもとに、それぞれ封筒で模型も作って観察したり、仮説を立てて考えたりと工夫しながら疑問点を解決した。また証明をするのに立方体を例に挙げて研究したが、他の正多面体でも同様な証明の仕方ができるように、平面で考えて、三角形に区切ることで、他の正多面体に対する証明も行うことのできる証明方法を試みた。

はないかと考えた。

→正二十面体と正四面体の模型を作り、比較して分かることがないか確かめる

・立体を実際に作り、確かめる

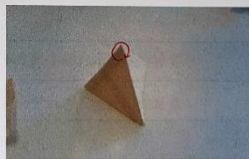
→封筒を使い、正四面体と正二十面体を作って比較してみる。

正四面体を作る方法

1. 半分に折り、角を半分の折り目に重なるように折る。←同じ辺を作っている。
2. 折った頂点の部分で封筒の底辺と平行に切る。
3. 切った封筒の縦の辺を1で折った折り目に合わせて折る。
4. 反対側の辺も同じように折る。
5. 封筒を開いて完成。

⇒正四面体を20個組み合わせると正二十面体ができる。

比較



だけでなく、平面で考えることが重要になるのではないかと考えた。

まず、一番見慣れている正六面体(立方体)で考えてみることにした。

仮説① 面を一つずつ取り除いて考える。

・最終的に平面に持ち越すことが大事だと考えたので、面を一つずつ取り除くことを考えた。

面を一つずつ取り除いていくと、

最初は(面6、頂点8、辺12)

面を一つ取り除くと面だけが減り

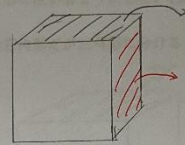
(5、8、12)、側面の一つを

取り除くと、辺が1つ減り、さらに

面も減るので、(4、8、~~12~~)...となり、

結果、四角形だけが残るので、(1、4、4)となる。しかし、これはオイラーの多面体定理である(面の数)+(頂点の数)-(辺の数)=2とは異なっている、違うということが分かる。

・この仮説の問題点は途中の過程でもすべてオイラーの多面体定理の値が崩れていたこと。また、面を取り除くにしても、ほかの正多面体の場合を考慮せずに行っていたことである。(ほかの正多面体は平面の形が違うので、四角形を取り除くことができない。)



(面6、頂点8、辺12)

→ (5、8、12)

→ (4、8、11)

令和5年度 自由研究作品カード

2年

研究分野(教科)	確率(数学)
研究テーマ	野球ゲーム「プロスピA」を活用した 研究方法の研究
研究テーマ 設定の理由	本当は自分のプレーを分析したかったのですが困難だった ため、ゲームを活用しました。
研究成果解説	僕は野球部に所属しています。試合での 自分のプレーをデータ化し、分析したかったので「 <u>正確に行うことが 困難であったため、ゲームを活用しました。</u> 」約10分の試合を 50試合行い、独自にデータを収集しました。投手、打者それぞれの 目録から、様々な確率に基づき最適なプレーを考察 しました。これで分かったことを、自分の実際の野球での プレーに生かしたいです。

野球ゲーム「プロスピA」を活用した研究方法の研究

秋田大学教育文化学部附属中学校 2年

1 研究の動機

僕は野球が大好きだ。野球部に所属し、上達するために毎日練習をしている。試合で良い結果を残すため、試合での自分のプレーをデータ化し、ヒットが出やすいコースや球種を調べてみたいと思った。

そこで、これまで撮影したビデオを見てみたが、投球のコースや球種を映像から正確に把握するのは困難だった。何か良い方法はないかと考え、今後投球のコースや球種を確認できるようになったときのために、今回は野球ゲーム「プロ野球スピリッツA」のデータを活用し、データ分析の方法を考えてみることにした。

2 予想

ゲームでの対戦時の自分の感覚としては、ストレート系やスライダー系はヒットが出にくく、カーブ系やシュート系はヒットが出やすいと思う。また、コース別では、低めは打たれにくいと思う。

3 研究の方法

プロ野球スピリッツAの「ランク戦」で、2イニングマッチのオンライン対戦をするときのプレー画面を録画し、投球及び打撃の結果を集計した。

ピッチングでは、「菅野智之」(巨人、Sランク、2022シリーズ1)を使用。

バッティングでは、「岡本和真」(侍ジャパン、Sランク、2022シリーズ2)を使用。

4 研究データ

a)ピッチング データは独自に作成。登板数、勝利数、敗戦数、勝率、防御率、投球回数、失点数、自責点数、与四死球数、与四死球率、奪三振数、球種別・左右、コース別被打率を算出。

b)データ 〜ピッチング〜

登板数	勝利数	敗戦数	勝率	防御率
10	6	3	0.67	0.75

投球回数	失点数	自責点数	与四死球数	与四死球率	奪三振数
16	7	6	0		3

球種別・左右・コース別被打率

ストレート系

対右

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
.000	1.00				.000			.000

対左

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
			.000			.500	1.000	.000

スライダー系

対右

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
.000				1.000	.500			.00

対左

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
				1.00		.00		.000

カーブ系

対右

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
.000								.000

対左

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
.000	.000							.670

フォーク系

対右

内高	中高	外高	内中	中中	外中	内低	中低	外低
						.670	.000	.000

令和5年度 自由研究作品カード

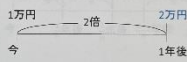
2年

研究分野 (教科)	数学
研究テーマ	累乗とネイピア数の関係
研究テーマ設定の理由	累乗に興味があり、調べていくとネイピア数と深い関係があることがわかったから。
研究成果解説	ネイピア数を調べていくと複利の計算から誕生したことがわかり計算をすると $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ がeになることがわかりました。次に僕はネイピア数をスクラッチを使い2つの方法で解きました。まず初めに $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ で解きましたがる本行までしか正確に合っていないでした。次に級数展開で解いたところ16桁正確に求められました。

複利の計算

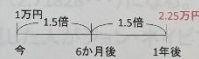
一年後に100%の金利をつけてくれる銀行があったとする。

数直線で表すと



$\frac{1}{2}$ 年(6か月)おきに

引き出すときを
数直線で表すと



⇒ 少し得したぞ!

ネイピア数の他の求め方

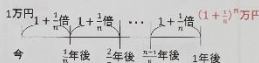
級数展開による計算方法

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} \right)$$

ネイピア数 スクラッチで求める

$\frac{1}{n}$ 年おきに

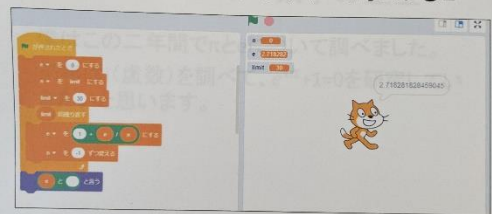
引き出すときを
数直線で表すと



この $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ がe (2.71828...)になる。

このネイピア数を発見した人がジョン・ネイピア。

ネイピア数 スクラッチで求める2



30回で16桁正確に求められた。

ネイピア数 スクラッチで求める



10万回繰り返しても5桁しか合っていない……

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 数学の至宝

僕はこの二年間でπとeについて調べました。

来年はi(虚数)を調べて、 $e^{i\pi} + 1 = 0$ を研究していきたいと思います。